

경영·경제분석을 위한 핵심 수학(6판)

연습문제 풀이 이용 안내

- 본 문제 풀이의 저작권은 원서 저작권자(Knut Sydsæter, Arne Strøm, Peter Hammond, Andrés Carvajal)와 Pearson, 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

CHAPTER 04 일변수함수

4.2 함수의 정의

1.

$$(a) f(0) = 1, f(-1) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}, f(\sqrt{2}) = 3$$

(b)

(i) 모든 x 에 대해 참.

(ii) $x = \frac{1}{2}$ 에 대해 참.

(iii) $x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$ 에 대해 참.

2.

$$F(0) = F(-3) = 10, F(a+h) - F(a) = 10 - 10 = 0$$

3.

$$(a) f(0) = 0, f(a) = a^2, f(-a) = a^2 - (-a-a)^2 = -3a^2, f(2a) = 0$$

$$(b) 3f(a) + f(-2a) = 3a^2 + [a^2 - (-2a-a)^2] = 3a^2 + a^2 - 9a^2 = -5a^2$$

4.

$$(a) f\left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{10}{101}, f(0) = 0, f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}, f(\sqrt{\pi}) = \frac{\sqrt{\pi}}{1+\pi}, f(2) = \frac{2}{5}$$

$$(b) f(-x) = -\frac{x}{1+(-x)^2} = -\frac{x}{1+x^2} = -f(x), f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \cdot x^2 = \frac{x}{1+x^2} = f(x)$$

5.

$$F(0) = 2, F(-3) = \sqrt{19}, F(t+1) = \sqrt{t^2+3}$$

6.

$$(a) C(0) = 1000, C(100) = 41000, C(101) - C(100) = 501.$$

(b) $C(x+1) - C(x) = 2x + 301$ 은 생산량을 x 에서 $x+1$ 로 늘릴 때의 한계비용(증분비용)을 의미한다.

7.

$$(a) D(8) = 4, D(10) = 3.4, D(10.22) = 3.334$$

$$(b) P = 10.9$$

8.

$$(a) f(tx) = 100(tx)^2 = 100t^2x^2 = t^2f(x)$$

$$(b) P(tx) = (tx)^{\frac{1}{2}} = t^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} = t^{\frac{1}{2}}P(x)$$

9.

$$(a) b(0) = 0, b(50) = \frac{100}{11}, b(100) = 200$$

(b) $b(50+h) - b(50)$ 은 전체 불순물의 50%를 제거한 이후, 추가로 $h\%$ 를 더 제거할 때 드는 추가비용을 의미한다.

10.

(a) 성립하지 않는다. $f(2+1) = f(3) = 18$ 이지만 $f(2) + f(1) = 8 + 2 = 10$ 이다.

(b) 성립한다. $f(2+1) = f(2) + f(1) = -9$

(c) 성립하지 않는다. $f(2+1) = f(3) = \sqrt{3} \approx 1.73$ 이지만 $f(2) + f(1) = \sqrt{2} + 1 \approx 2.41$ 이다.

CHAPTER 04 일변수함수

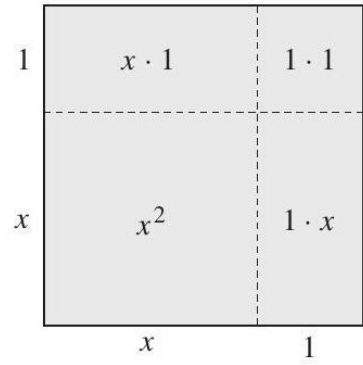
11.

(a) $f(a+b) = A(a+b) = Aa + Ab = f(a) + f(b)$

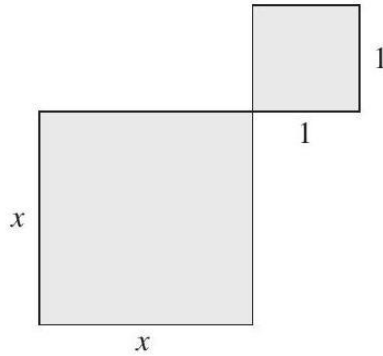
(b) $f(a+b) = 10^{a+b} = 10^a \cdot 10^b = f(a) \cdot f(b)$

12.

[그림 A4.2.12a], [그림 A4.2.12b]를 참고하라.



[그림 A4.2.12a] 넓이 $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$



[그림 A4.2.12b] 넓이 $x^2 + 1$

13.

(a) $x \leq 5$

(b) $x \neq 0$ 이고 $x \neq 1$

(c) $-3 < x \leq 1$ 또는 $x > 2$

14.

(a) $x \neq 2$ 에서 정의된다. 따라서 $D_f = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ 이다.

(b) $f(8) = 5$

(c) $f(x) = \frac{3x+6}{x-2} = 3 \Leftrightarrow 3x+6 = 3(x-2) \Leftrightarrow 6 = -6$ 인데, 이는 성립할 수 없다.

15.

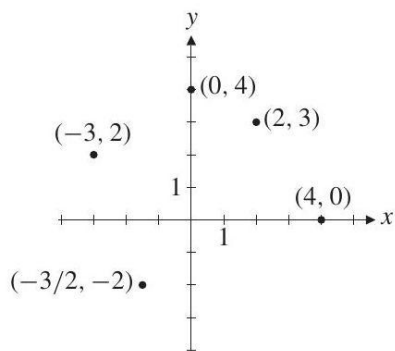
함수 g 는 당연히 $x \geq -2$ 에서 정의되므로 $D_g = [-2, \infty)$ 이다. $g(-2) = 1$ 이고, 모든 $x \in D_f$ 에 대해 $g(x) \leq 1$ 이다. x 가 -2 에서 ∞ 로 증가함에 따라 $g(x)$ 는 1 에서 $-\infty$ 로 감소하므로 $R_g = (-\infty, 1]$ 이다.

CHAPTER 04 일변수함수

4.3 함수의 그래프

1.

[그림 A4.3.1]을 참고하라.



[그림 A4.3.1]

2.

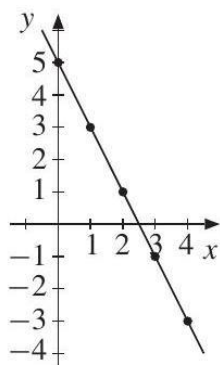
(a) $f(-5) = 0$, $f(-3) = -3$, $f(-2) = 0$, $f(0) = 2$, $f(3) = 4$, $f(4) = 0$

(b) $D_f = [-5, 4]$, $R_f = [-3, 4]$

3.

(a)

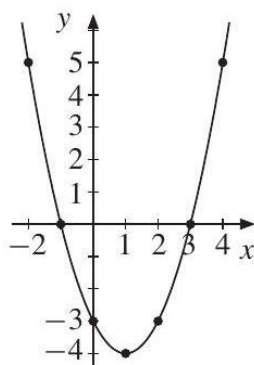
x	0	1	2	3	4
$g(x) = -2x + 5$	5	3	1	-1	-3



[그림 A4.3.3]

(b)

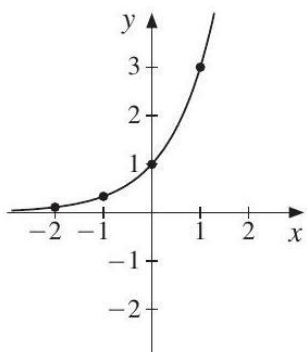
x	-2	-1	0	1	2	3	4
$h(x) = x^2 - 2x - 3$	5	0	-3	-4	-3	0	5



[그림 A4.3.4]

(c)

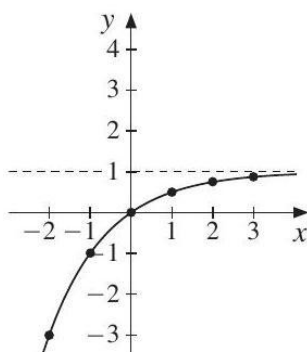
x	-2	-1	0	1	2
$F(x) = 3^x$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9



[그림 A4.3.5]

(d)

x	-2	-1	0	1	2	3
$G(x)$	-3	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$



[그림 A4.3.6]

CHAPTER 04 일변수함수

4.4 일차함수

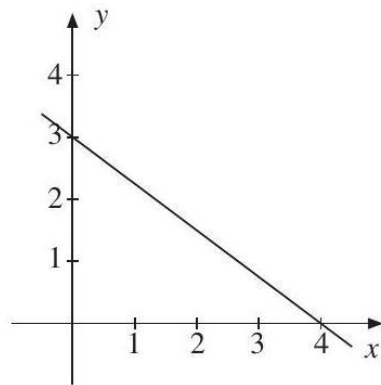
1.

(a) $\frac{8-3}{5-2} = \frac{5}{3}$ (b) $-\frac{2}{3}$

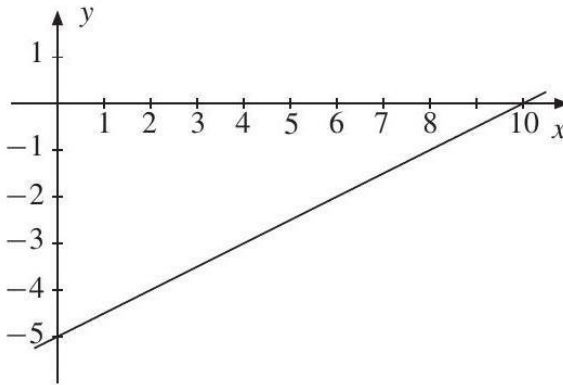
(c) $\frac{51}{5}$

2.

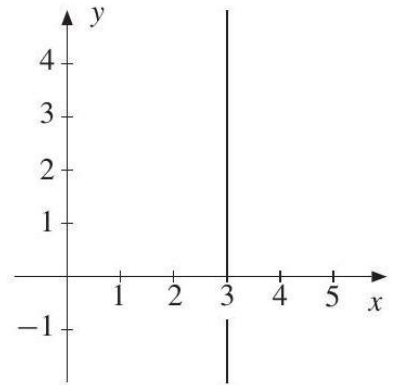
(a)



(b)



(c)



3.

$D = a + bP$ 이면 $a + 10b = 200$ 이고 $a + 15b = 150$ 이다. a, b 에 대해 풀면 $a = 300, b = -10$ 이다. 그러므로 수요함수는 $D = 300 - 10P$ 이다.

4.

(a), (b), (d) : 일차함수

(c) : 일차함수가 아니다. 이차함수이다.

5.

Q 부 제작할 때 견적이 P 달러이면 두 점을 지나는 직선의 방정식 공식에 의해 $P - 1400 = \frac{3000 - 1400}{500 - 100}(Q - 100)$ 이다.

이를 정리하면 $P = 1000 + 4Q$ 이다. 300부를 제작할 때의 견적은 $P = 1000 + 4 \cdot 300 = 2200$ 달러이다.

6.

l_1 : 기울기는 1이고, 점 $(x_1, y_1) = (0, 2)$ 를 지나므로 직선의 방정식은 $y = x + 2$ 이다.

l_2 : 두 점 $(x_1, y_1) = (0, 3), (x_2, y_2) = (5, 0)$ 를 지나므로 직선의 방정식은 $y - 3 = \frac{0 - 3}{5 - 0}x$, 즉 $y = -\frac{3}{5}x + 3$ 이다.

기울기는 $-\frac{3}{5}$ 이다.

l_3 : 기울기는 0이고 직선의 방정식은 $y = 1$ 이다.

l_4 : 기울기는 3이고 직선의 방정식은 $y = 3x - 14$ 이다.

l_5 : 기울기는 $\frac{1}{9}$ 이고 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{9}x + 2$ 이다.

7.

(a) $l_1: y - 3 = 2(x - 1)$, 정리하면 $y = 2x + 1$ 이다.

(b) $l_2: y - 2 = \frac{3 - 2}{3 - (-2)}[x - (-2)]$, 정리하면 $y = \frac{x}{5} + \frac{12}{5}$ 이다.

CHAPTER 04 일변수함수

(c) $l_3 : y = -\frac{x}{2}$

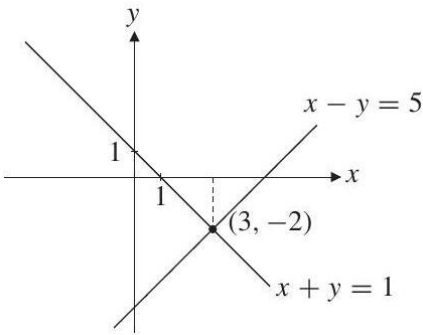
(d) $l_4 : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, 정리하면 $y = -\frac{bx}{a} + b$ 이다.

8.

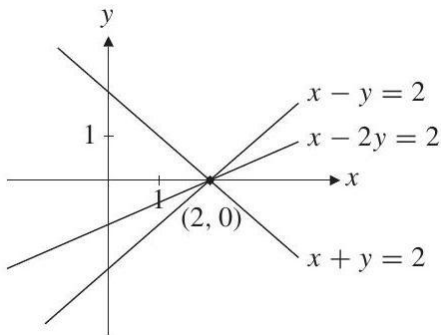
(a) [그림 A4.4.8a]를 참고하라. 해는 $x = 3, y = -2$ 이다.

(b) [그림 A4.4.8b]를 참고하라. 해는 $x = 2, y = 0$ 이다.

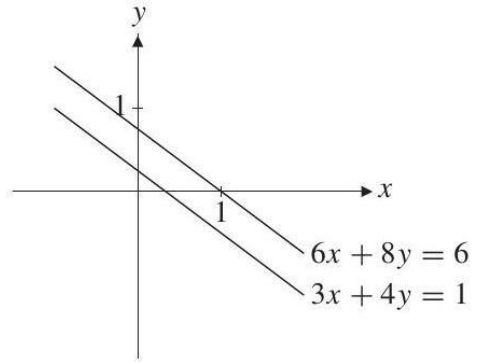
(c) [그림 A4.4.8c]를 참고하라. 두 직선이 평행하므로 해는 없다.



[그림 A4.4.8a]

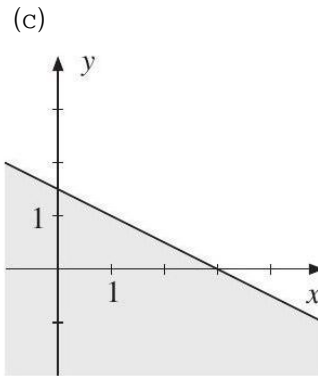
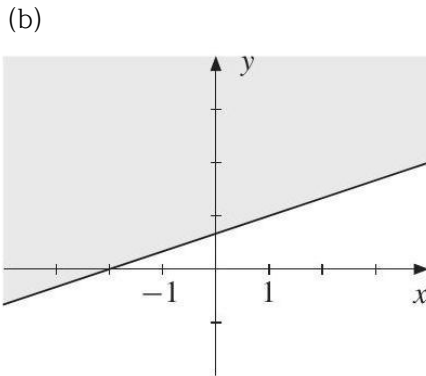
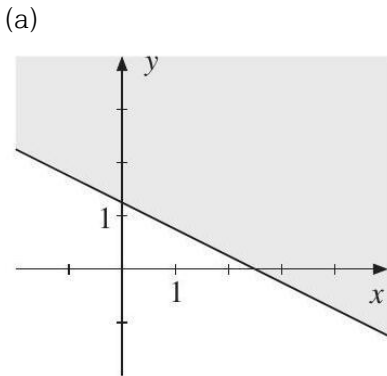


[그림 A4.4.8b]



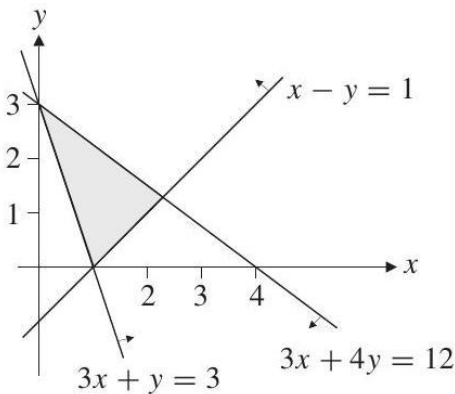
[그림 A4.4.8c]

9.



10.

[그림 A4.4.10]을 참고하라. 직선에 있는 작은 화살표는 해당 부등식을 만족하는 순서쌍의 집합을 가리킨다. 따라서 회색으로 표시된 삼각형이 세 부등식을 모두 만족하는 순서쌍의 집합이다.



[그림 A4.4.10]

CHAPTER 04 일변수함수

4.5 선형모형

1.

0.78

2.

(a) $75 - 3P^e = 2P^e$ 이므로 균형가격은 $P^e = 15$ 이다.

(b) $P^e = 90$

3.

두 점을 지나는 직선의 방정식을 이용하면 $C - 200 = \frac{275 - 200}{150 - 100}(x - 100)$ 이고, 정리하면 $C = \frac{3}{2}x + 50$ 이다.

4.

$C = 0.8y + 100$ ($C = ay + b$ 라 두면 문제의 조건에 의해 $900 = 1000a + b$, $a = \frac{80}{100} = 0.8$ 이므로 $b = 100$ 이다.)

5.

(a) $P(t) = 20000 - 2000t$

(b) $W(t) = 500 - 50t$

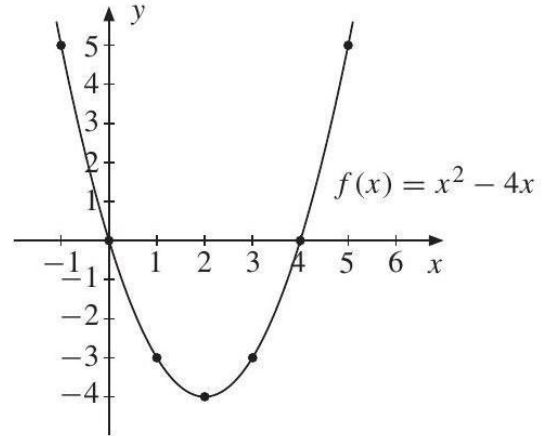
CHAPTER 04 일변수함수

4.6 이차함수

1.

(a)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2 - 4x$	5	0	-3	-4	-3	0	5

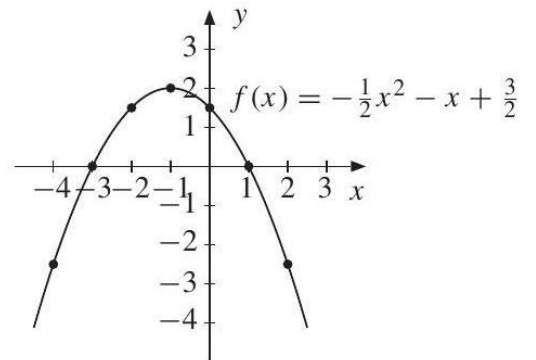


- (b) $x = 2$ 에서 최소가 되고, 최소점은 $f(2) = -4$ 이다.
(c) $x = 0, x = 4$

2.

(a)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$	-2.5	0	1.5	2	1.5	0	-2.5



- (b) $x = -1$ 에서 최대가 되고, 최대점은 $f(-1) = 2$ 이다.
(c) $x = -3, x = 1$
(d) 구간 $(-3, 1)$ 에서 $f(x) > 0$ 이고, $x < -3$ 또는 $x > 1$ 일 때 $f(x) < 0$ 이다.

3.

- (a) $x = -2$ 에서 최소점 -4 (b) $x = -3$ 에서 최소점 9
(c) $x = 5$ 에서 최대점 45 (d) $x = \frac{1}{3}$ 에서 최소점 -45
(e) $x = -100$ 에서 최대점 40000 (f) $x = -50$ 에서 최소점 -22500

4.

- (a) $x(x+4)$, 근은 $0, -4$ 이다.
(b) 인수분해되지 않는다. 근은 존재하지 않는다.
(c) $-3(x-x_1)(x-x_2)$, 근은 $x_1 = 5 + \sqrt{15}, x_2 = 5 - \sqrt{15}$ 이다.
(d) $9(x-x_1)(x-x_2)$, 근은 $x_1 = \frac{1}{3} + \sqrt{5}, x_2 = \frac{1}{3} - \sqrt{5}$ 이다.
(e) $-(x+300)(x-100)$, 근은 $-300, 100$ 이다.
(f) $(x+200)(x-100)$, 근은 $-200, 100$ 이다.

CHAPTER 04 일변수함수

5.

(a) $x = 2p, x = p$

(b) $x = p, x = q$

(c) $x = \frac{1}{2}p, x = -2q$

6.

식을 x 에 대해 전개하면 $U(x) = -(1+r^2)x^2 + 8(r-1)x + 40$ 이다. (4.6.4)에 의해 $U(x)$ 는 $x = \frac{4(r-1)}{1+r^2}$ 일 때 최댓값을 가진다.

7.

(a) 밑변이 $x = 100, 250, 350$ 일 때 넓이는 각각 $100 \cdot 400 = 40000, 250 \cdot 250 = 62500, 350 \cdot 150 = 52500$ 이다.

(b) 직사각형의 넓이를 $A = (250+x)(250-x) = 62500 - x^2$ 으로 두면 $x = 0$ 일 때 최댓값을 가진다. 이때의 직사각형은 정사각형이 된다.

8.

(a) $\pi(Q) = (P_E - P_G - \gamma)Q = -\frac{1}{2}Q^2 + (\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma)Q$

(b) (4.6.4)를 이용하면 $\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma > 0$ 일 때 $Q^* = \alpha_1 - \alpha_2 - \gamma$ 가 이윤을 극대화한다. 단, $\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma \leq 0$ 이면 $Q^* = 0$ 이다.

(c) $\pi(Q) = -\frac{1}{2}Q^2 + (\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma - t)Q$ 이다. $\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma - t > 0$ 이면 $Q^* = \alpha_1 - \alpha_2 - \gamma - t$ 이다.

(d) $T = tQ^* = t(\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma - t)$. T 는 t 의 이차함수이다. 이 이차함수는 $t = 0$ 또는 $t = t_1 = \alpha_1 - \alpha_2 - \gamma$ 일 때 0이고, t 값이 0과 t_1 사이이면 양수이다.

(e) $t = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2 - \gamma)$ 일 때 수출세가 극대화된다.

9.

(a) $361 \leq 377$

(b) $B^2 - 4AC > 0$ 이면 (2.3.4)에 의해 $f(x) = Ax^2 + Bx + C = 0$ 은 서로 다른 두 가지 해를 가진다. 이는 모든 x 에 대해 $f(x) \geq 0$ 이라는 조건과 모순이다. 따라서 $B^2 - 4AC \leq 0$ 이어야 한다.

(c) (4.6.8)은 $\frac{1}{4}B^2 \leq AC$ 와 동치이다.

CHAPTER 04 일변수함수

4.7 다항식

1.

(a) $-2, -1, 1, 3$

(b) $1, -6$

(c) 정수근이 없다.

(d) $1, 2, -2$

2.

(a) $1, -2$

(b) $1, 5, -5$

(c) -1

3.

(a) $2x^2 + 2x + 4 + \frac{3}{x-1}$

(b) $x^2 + 1$

(c) $x^3 - 4x^2 + 3x + 1 - \frac{4x}{x^2 + x + 1}$

(d) $3x^5 + 6x^3 - 3x^2 + 12x - 12 + \frac{28x^2 - 36x + 13}{x^3 - 2x + 1}$

4.

(a) $y = \frac{1}{2}(x+1)(x-3)$

(b) $y = -2(x+3)(x-1)(x-2)$

(c) $y = \frac{1}{2}(x+3)(x-2)^2$

5.

(a) $x + 4$

(b) $x^2 + x + 1$

(c) $-3x^2 - 12x$

6.

$c^4 + 3c^2 + 5 \geq 5 \neq 0$ 은 어떤 c 를 선택하더라도 항상 성립하므로, 나눗셈에서 나머지가 남을 수밖에 없다.

7.

우변을 전개하면 된다. 참고로 $x \rightarrow \infty$ 일 때 $R(x) \rightarrow \frac{a}{c}$ 이다.

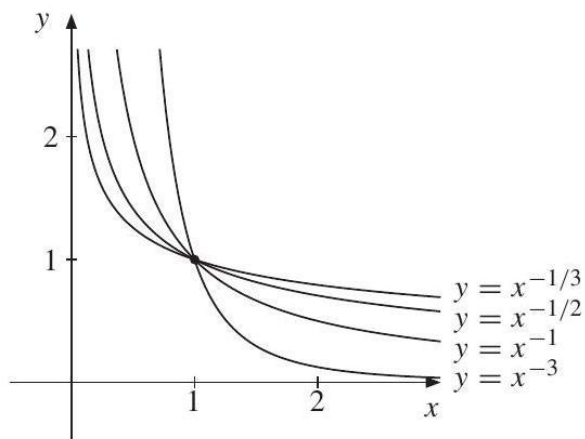
8.

$$E = \alpha(x - (\beta + \gamma)) + \frac{\alpha\beta(\beta + \gamma)}{x + \beta}$$

CHAPTER 04 일변수함수

4.8 거듭제곱함수

1.



2.

(a) $\sqrt{2}^{\sqrt{2}} \approx 1.6325269$

(b) $\pi^\pi \approx 36.4621596$

3.

(a) $2^3 = 8$ 이므로 $x = 3/2$

(b) $\frac{1}{81} = 3^{-4}$ 이므로 $3x + 1 = -4$ 이다. 따라서 $x = -\frac{5}{3}$

(c) $x^2 - 2x + 2 = 2$, 정리하면 $x^2 - 2x = 0$ 이므로 $x = 0$, $x = 2$

4.

(a) $3^{5t}9^t = 3^{5t}(3^2)^t = 3^{5t+2t} = 3^{7t}$ 이고 $27 = 3^3$ 이므로 $7t = 3$ 이다. 즉 $t = \frac{3}{7}$

(b) $9^t = (3^2)^t = 3^{2t}$ 이고 $\frac{(27)^{\frac{1}{5}}}{3} = \frac{(3^3)^{\frac{1}{5}}}{3} = \frac{3^{\frac{3}{5}}}{3} = 3^{-\frac{2}{5}}$ 이므로 $2t = -\frac{2}{5}$ 이다. 즉 $t = -\frac{1}{5}$

CHAPTER 04 일변수함수

4.9 지수함수

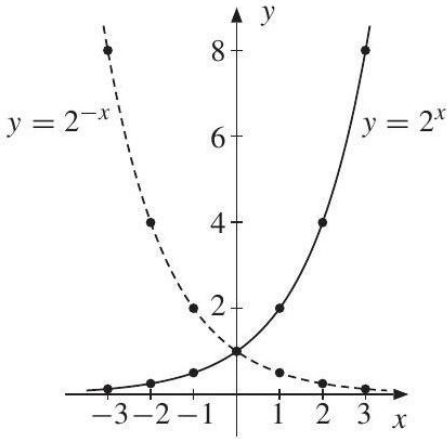
1.

t 년 후의 저축 금액은 $100\left(1 + \frac{12}{100}\right)^t = 100 \cdot (1.12)^t$ 이다. 다음은 이에 대한 표이다.

t	1	2	5	10	20	30	50
$100 \cdot (1.12)^t$	112	125.44	176.23	310.58	964.63	2995.99	28900.21

2.

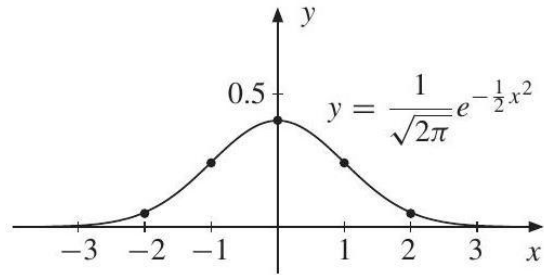
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2^x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
2^{-x}	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$



3.

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$	0.05	0.24	0.40	0.24	0.05

참고로 $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}x^2}$ 의 그래프는 [그림 A4.9.3]과 같다.



[그림 A4.9.3]

4.

(b)와 (d)는 지수함수를 정의하지 않는다. 참고로 (f)는 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 으로 지수함수이다.

5.

- (a) $16(1.19)^5 \approx 38.18$
- (b) $4.40(1.19)^{10} \approx 25.06$
- (c) $250000(1.19)^4 \approx 501335$

6.

$y = Ab^x$ 을 생각하자. 여기서 $b > 0$ 이다.

CHAPTER 04 일변수함수

- 그래프 A : 점 $(x, y) = (0, 2)$ 와 $(x, y) = (2, 8)$ 을 지나므로 $2 = Ab^0$ 에서 $A = 2$ 이고, $8 = 2b^2$ 에서 $b = 2$ 이다. 따라서 $y = 2 \cdot 2^x$ 이다.
- 그래프 B : $\frac{2}{3} = Ab^{-1}$ 이고 $6 = Ab$ 이므로 $A = 2$, $b = 3$ 이다. 따라서 $y = 2 \cdot 3^x$
- 그래프 C : $4 = Ab^0$ 므로 $A = 4$ 이다. $\frac{1}{4} = Ab^4$ 이므로 $b^4 = \frac{1}{16}$, 정리하면 $b = \frac{1}{2}$ 이다. 따라서 $y = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x$

CHAPTER 04 일변수함수

4.10 로그함수

1.

(a) $\ln 9 = \ln 3^2 = 2\ln 3$

(b) $\frac{1}{2}\ln 3$

(c) $\ln \sqrt[5]{3^2} = \ln 3^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5}\ln 3$

(d) $\ln \frac{1}{81} = \ln 3^{-4} = -4\ln 3$

2.

(a) $\ln 3^x = x \ln 3 = \ln 8$ 이므로 $x = \frac{\ln 8}{\ln 3}$

(b) $x = e^3$

(c) $x^2 - 4x + 5 = 1$ 이므로 $(x-2)^2 = 0$ 이다. 즉 $x = 2$

(d) $x(x-2) = 1$ 또는 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 이므로 $x = 1 \pm \sqrt{2}$

(e) $x = 0$ 또는 $\ln(x+3) = 0$ 이므로 $x = 0$ 또는 $x = -2$

(f) $\sqrt{x} - 5 = 1$ 이므로 $x = 36$

3.

(a) $x = -\frac{\ln 2}{\ln 12}$

(b) $x = e^{\frac{6}{7}}$

(c) $x = \frac{\ln \frac{8}{3}}{\ln \frac{4}{3}}$

(d) $x = 4$

(e) $x = e$

(f) $x = \frac{1}{27}$

4.

$$t = \frac{1}{r-s} \ln \frac{B}{A}$$

5.

[연습문제 4]의 답에 따르면 $t \approx 22$ 이므로 두 나라의 GDP는 2012년에 같아진다.

6.

(a) 거짓. $A = e$ 이라 해보자.

(b) 참. $2\ln \sqrt{B} = 2\ln B^{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \frac{1}{2}\ln B = \ln B$

(c) 참. $\ln A^{10} - \ln A^4 = 10\ln A - 4\ln A = 6\ln A = 3 \cdot 2\ln A = 3\ln A^2$

(d) 거짓. $A = B = C = 1$ 이라 두면 알 수 있다.

(e) 참. [자연로그의 성질]의 ❷ 참고

(f) 참

(g) 거짓. $A = e$, $p = 2$ 로 두면 $0 = \ln 2$

(h) 참. [자연로그의 성질]의 ❸ 참고

(i) 거짓. $A = 2$, $B = C = 1$ 이라 두면 알 수 있다.

7.

(a) $\exp[\ln(x)] - \ln[\exp(x)] = e^{\ln x} - \ln e^x = x - x = 0$

(b) $\ln[x^4 \exp(-x)] = 4\ln x - x$

CHAPTER 04 일변수함수

(c) $\frac{x^2}{y^2}$

8.

배가시간 t^* 는 $(1.0072)^{t^*} = 2$ 를 만족한다. 계산기를 이용하면 $t^* = \frac{\ln 2}{\ln 1.0072} \approx 96.6$ 이다.

9.

시점 t 의 인구는 $P(t) = 1.22 \cdot 1.034^t$ 이다. 배가시간 t^* 는 $(1.034)^{t^*} = 2$ 를 만족하고, 해는 $t^* \approx 20.7$ (년)이다.

10.

방정식은 $(1.035)^t = \frac{3.91 \cdot 10^5}{5.1} \approx 76666.67$ 이다. 계산기를 이용하면 $t \approx 327$ 이다. 따라서 $1969 + 327 = 2296$ 년에 짐바브웨는 국민 1명 당 1제곱미터의 땅만 가진다.

11.

초기시점을 t 라 하면 배가시간 t^* 는 $Aa^{t+t^*} = 2Aa^t$ 을 만족한다. 식을 정리하면 $Aa^t a^{t^*} = 2Aa^t$ 이므로 $a^{t^*} = 2$ 이다. 즉 배가시간은 t 와 무관하게 일정하다.

CHAPTER 04 일변수함수

CHAPTER 04 복습문제

4.1

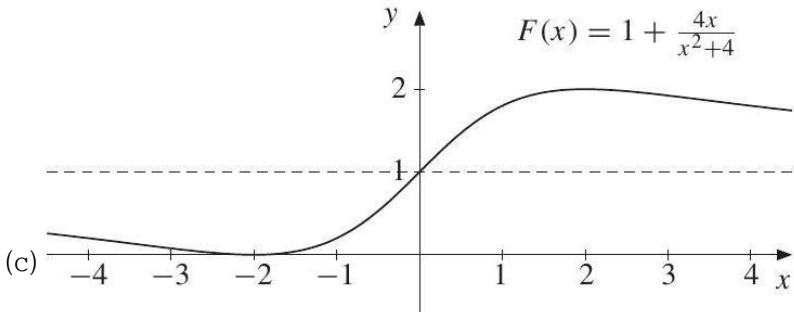
(a) $f(0) = 3, f(-1) = 30, f\left(\frac{1}{3}\right) = 2, f(\sqrt[3]{2}) = 3 - 27\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 3 - 27 \cdot 2 = -51$

(b) $f(x) + f(-x) = 3 - 27x^3 + 3 - 27(-x)^3 = 3 - 27x^3 + 3 + 27x^3 = 6$

4.2

(a) $F(0) = 1, F(-2) = 0, F(2) = 2, F(3) = \frac{25}{13}$

(b) $F(x) = 1 + \frac{4}{x + \frac{4}{x}}$ 는 x 가 무한히 커지거나 무한히 작아질 때(절댓값은 무한히 커지면서 음수) 1에 가까워진다.



4.3

(a) $-2 \leq x \leq 3$ 일 때 $f(x) \leq g(x)$

(b) $-1 \leq x \leq 3$ 일 때 $f(x) \leq 0$

(c) $x \leq 3$ 일 때 $g(x) \geq 0$

4.4

(a) $x^2 \geq 1$, 즉 $x \geq 1$ 또는 $x \leq -1$

(b) 제곱근이 정의되려면 $x \geq 4$ 이어야 하지만, $x = 4$ 이면 분모가 0이다. 따라서 $x > 4$

(c) $(x - 3)(5 - x) \geq 0$, 즉 $3 \leq x \leq 5$ (부호 도표를 그려보라)

4.5

(a) $C(0) = 100, C(100) = 24100, C(101) - C(100) = 24542 - 24100 = 442$

(b) $C(x + 1) - C(x) = 4x + 42$ 는 상품 생산량을 x 단위에서 1단위 늘릴 때 드는 추가비용이다.

4.6

(a) -4

(b) $-\frac{3}{4}$

(c) y 에 대해 풀면 $y = b\left(1 - \frac{x}{a}\right) = b - \frac{b}{a}x$ 이다. 따라서 기울기는 $-\frac{b}{a}$

4.7

(a) $y - 3 = -3(x + 2)$, 정리하면 $y = -3x - 3$

(b) $y - 5 = \frac{7 - 5}{2 - (-3)}(x - (-3))$, 정리하면 $y = \frac{2}{5}x + \frac{31}{5}$

CHAPTER 04 일변수함수

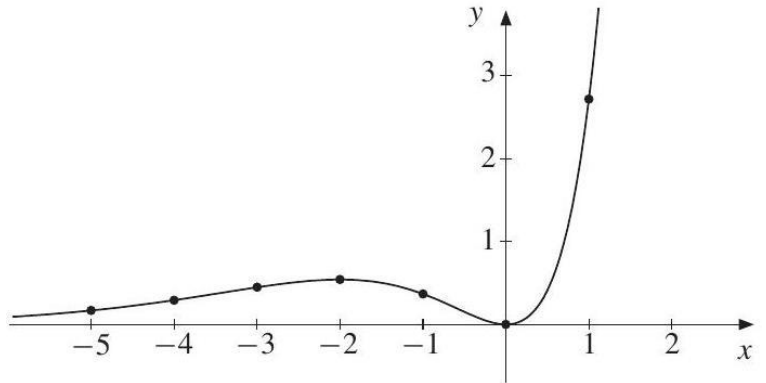
(c) $y - b = \frac{3b - b}{2a - a}(x - a)$, 정리하면 $y = \frac{2b}{a}x - b$

4.8

$f(2) = 3$ 이고 $f(-1) = -3$ 이므로 $2a + b = 3$ 과 $-a + b = -3$ 을 만족한다. 연립하면 해는 $a = 2, b = -1$ 이다. 일차함수는 $f(x) = 2x - 1$ 이고 $f(-3) = -7$ 이다.

4.9

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$y = x^2 e^x$	0.17	0.29	0.45	0.54	0.37	0	2.7



4.10

점 $(1, -3)$ 이 그래프 위에 있으려면 $a + b + c = -3$ 이어야 한다. 점 $(0, -6)$ 이 그래프 위에 있으려면 $c = -6$ 이어야 한다. 점 $(3, 15)$ 가 그래프 위에 있으려면 $9a + 3b + c = 15$ 세 방정식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 1, c = -6$ 이다.

4.11

(a) $\pi = \left(1000 - \frac{1}{3}Q\right)Q - \left(800 + \frac{1}{5}Q\right)Q - 100Q = 100Q - \frac{8}{15}Q^2$. 따라서 $Q = \frac{1500}{16} = 93.75$ 는 π 를 극대화한다.

(b) $\hat{\pi} = 100Q - \frac{8}{15}Q^2 - 10Q = 90Q - \frac{8}{15}Q^2$ 이다. 따라서 $\hat{Q} = \frac{1350}{16} = 84.375$ 는 $\hat{\pi}$ 를 극대화한다.

4.12

새로운 이윤은 $\pi_t = 100Q - \frac{5}{2}Q^2 - tQ$ 이고, 이는 $Q_t = \frac{1}{5}(100 - t)$ 에서 극대화된다.

4.13

(a) 이윤함수는 $\pi(x) = 100x - 20x - 0.25x^2 = 80x - 0.25x^2$ 이고 $x^* = 160$ 에서 이윤이 극대화된다.

(b) 새로운 이윤함수는 $\pi_t(x) = 80x - 0.25x^2 - 10x$ 이고 $x^* = 140$ 에서 이윤이 극대화된다.

(c) 이윤함수는 $\pi_t(x) = (p - \tau - \alpha)x - \beta x^2$ 이고 $x^* = \frac{p - \alpha - \tau}{2\beta}$ 에서 이윤이 극대화된다.

4.14

(a) $p(x) = x(x - 3)(x + 4)$

(b) $q(x) = 2(x - 2)(x + 4)\left(x - \frac{1}{2}\right)$

4.15

(a) $x^3 - x - 1$ 은 $x = 1$ 일 때 0이 아니므로 나눗셈을 하면 나머지가 존재한다.

(b) $2x^3 - x - 1$ 은 $x = 1$ 일 때 0이므로 나눗셈을 하면 나머지가 존재하지 않는다.

(c) $x^3 - ax^2 + bx - ab$ 는 $x = a$ 일 때 0이므로 나눗셈을 하면 나머지가 존재하지 않는다.

(d) $x^{2n} - 1$ 은 $x = -1$ 일 때 0이므로 나눗셈을 하면 나머지가 존재하지 않는다.

4.16

(4.7.5)를 사용하자.

CHAPTER 04 일변수함수

(a) $p(2) = 8 - 2k = 0$ 이므로 $k = 4$

(b) $p(-2) = 4k^2 + 2k - 6 = 0$ 이므로 $k = -\frac{3}{2}, k = 1$

(c) $p(-2) = -26 + k = 0$ 이므로 $k = 26$

(d) $p(1) = k^2 - 3k - 4 = 0$ 이므로 $k = -1, k = 4$

4.17

$p(x) = \frac{1}{4}(x-2)(x+3)(x-5)$ 이므로 $p(4) = 0$ 이다. 즉 $x = 2$ 는 하나의 근이다. 다른 두 근은 $x = -3, x = 5$ 이다.

4.18

$\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{15} = 2$ 를 풀면 1인당 실질 소득의 연평균 성장률은 $p = 100\left(2^{\frac{1}{15}} - 1\right) \approx 4.7$ 이다.

4.19

(a) $F = aC + b$ 라 두면 $32 = a \cdot 0 + b, 212 = a \cdot 100 + b$ 이다. 따라서 $a = \frac{180}{100} = \frac{9}{5}, b = 32$ 이므로 $F = \frac{9C}{5} + 32$ 이다.

(b) $X = \frac{9X}{5} + 32$ 이면 $X = -40$ 이다.

4.20

(a) $\ln x = \ln e^{at+b} = at + b$ 이므로 $t = \frac{\ln x - b}{a}$

(b) $-at = \ln \frac{1}{2} = \ln 1 - \ln 2 = -\ln 2$ 이므로 $t = \frac{\ln 2}{a}$

(c) $e^{-\frac{1}{2}t^2} = 2^{\frac{1}{2}}\pi^{\frac{1}{2}}2^{-3}$ 이므로 $-\frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln \pi - 3\ln 2 = -\frac{5}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln \pi$ 이고, 이는 $t^2 = 5\ln 2 - \ln \pi = \ln \frac{32}{\pi}$ 이다. 따라서 $t = \pm \sqrt{\ln \frac{32}{\pi}}$

4.21

점선으로 표시된 수직선은 $x = -c$ 이므로 $c < 0$ 이다. 그래프에서 $f(0) = \frac{b}{c}$ 가 양수로 보이므로 b 도 음수이다. 또한

$f(x) = \frac{a + \frac{b}{x}}{1 + \frac{c}{x}}$ 는 x 가 매우 커질수록 a 에 점점 가까워지므로 점선으로 표시된 수평선은 $y = a$ 이고, 이를 통해 $a > 0$ 임을 알 수 있다.

4.22

$|x|$ 가 클 때 $f(x) > 0$ 이므로 $p > 0$ 이다. $f(0) < 0$ 이므로 $r < 0$ 이다. $f(x) = 0$ 의 두 근의 합은 양수이므로 $q < 0$ 이다.

4.23

(a): C

(b): D

(c): E

(d): B

(e): A

(f): $y = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^x, F$

4.24

(a), (b), (c)는 모두 x, y, z 가 양수일 때 자연로그함수의 성질에 의해 자명하게 성립한다.

(d)는 $x > 0$ 일 때 다음과 같은 점에 주의하자.

$$\frac{1}{2}\ln x - \frac{3}{2}\ln \frac{1}{x} - \ln(x+1) = \frac{1}{2}\ln x + \frac{3}{2}\ln x - \ln(x+1) = 2\ln x - \ln(x+1) = \ln x^2 - \ln(x+1) = \ln \frac{x^2}{x+1}$$